Calogero Salvatore Siracusa

Irrazionale e trascendente:

Decimale illimitato aperiodico

A mio padre Francesco Siracusa

(Siculiana 1933-2005)

Un semplice esperimento che generalmente gli insegnanti delle scuole elementari propongono ai propri alunni per determinare la lunghezza di una circonferenza è il seguente:

Si ritagli un cartone a forma circolare e si avvolga lungo il bordo un filo sottilissimo inestensibile in modo che i suoi estremi combacino. Così facendo si ottiene il modello della circonferenza.

Distendendo tale modello su di una retta si ottiene un segmento che altro non è che la circonferenza rettificata. L'estensione di tale segmento dicesi lunghezza della circonferenza.

Dividendo questa lunghezza per la misura del diametro della circonferenza di partenza si ottiene un numero molto prossimo a 3,14…..

Ripetendo la stessa esperienza con molti altri cerchi di raggi differenti, si può constatare che dividendo le lunghezze delle varie circonferenze per le misure dei rispettivi diametri si otterranno sempre valori che differiscono pochissimo dal numero 3,14….

Queste verifiche sperimentali riguardanti i cerchi hanno indotto a concludere che il rapporto tra una qualsiasi circonferenza ed il suo diametro è costante.

È impossibile risalire a chi per la prima volta abbia osservato che al variare del raggio del cerchio la circonferenza vari proporzionalmente.

Questo rapporto si suole indicare con π simbolo che per la prima volta è stato usato dal matematico William Jones

(1675-1749) nel 1706 in onore di Pitagora e successivamente reso di uso comune da Leonhard Euler (1707-1783).

Gli antichi Ebrei, Babilonesi e Cinesi, non andavano molto per il sottile e attribuivano nei loro calcoli a π il valore 3 come risulta da un passo della Bibbia (I RE 7:23): “Fece poi il mare di metallo fuso; da un orlo all’altro misurava dieci cubiti; tutt’intorno era circolare; la sua altezza era di cinque cubiti, mentre una cordicella di trenta cubiti ne misurava la circonferenza.”

In seguito però con il progredire della cultura e degli studi si andarono trovando valori sempre più approssimati.

Nel famoso papiro di Henry Rhind (risalente all’anno c. 1650 a. C.) lo scriba Ahmes riporta forse il primo tentativo della storia di quadrare il cerchio. Egli scrisse: “Togli 1/9 a un diametro e costruisci sulla parte rimanente un quadrato; questo quadrato ha la stessa area del cerchio. Con questo procedimento si da a π il valore 3,16049…..

Sembra però che gli antichi Egizi siano giunti ad un'approssimazione molto più decisa.

Infatti la piramide di Cheope consacra il numero π!

La grande piramide risale all'epoca dell'Antico Impero, e fu costruita sotto il regno di Cheope (c.2500 a. C.), quando la favolosa civiltà dei Faraoni era nel pieno fulgore della sua magnificenza.

Questa era destinata ad essere la casa dell'eternità del Re.

Ha la forma di una piramide a base quadrata in modo da offrire la massima garanzia di solidità e di indistruttibilità.

Narra lo scrittore greco Erodoto (c.485-425 a.C.) che occorsero ben dieci anni per preparare la strada necessaria per il trasporto del materiale destinato alla costruzione e la realizzazione del monumento durò venti anni.

In ogni caso non è tanto la grandiosa bellezza architettonica che costituisce veramente l' importanza di questi monumenti.

È piuttosto la dottrina in essa racchiusa che fa impressione, rivelandoci quella che poteva essere la sapienza degli antichi. Infatti da qualche secolo in qua, molti studiosi hanno voluto scoprire nelle dimensioni, nella forma e nella disposizione topografica delle piramidi, la prova dell'alto grado di cultura posseduta dagli antichi Egizi.

Dagli studi effettuati è emerso che dividendo la lunghezza del perimetro della base per il doppio della misura dell'altezza della piramide di Cheope si ottiene il numero 3,14…. (essendo m. 230,37 la lunghezza del lato medio di base e m. 146,73 l'altezza).

Sembra che il principio ispiratore del progetto della grande piramide sia stato fare in modo che l'area di ogni faccia laterale fosse uguale all'area di un quadrato di lato pari all'altezza della piramide. Così facendo qualsiasi piramide a base quadrata approssima π ed eseguendo il rapporto tra il perimetro di base ed il doppio dell'altezza risulta infatti un rapporto pari a $4\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$=3,1446055…. .

Comunque la piramide di Cheope presenta molti altri elementi geometrici, topografici ed astronomici che non possono essere considerati tutti fortuiti. Si ha infatti nella camera dei Re proporzioni dei lati che stanno nel rapporto 3, 4, 5 , rappresentanti i lati di un triangolo rettangolo; i lati della base della piramide sono perfettamente orientati nella direzione dei quattro punti cardinali; se si moltiplica la sua altezza per un miliardo, si ottiene la distanza media terra-sole. Risulta inoltre il rapporto tra l'altezza relativa ad una faccia e la metà del lato di base della piramide essere pari al rapporto aureo $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1{,}618034..$. Lo stesso valore risulta eseguendo il rapporto tra il quadrato dell'altezza ed il quadrato di metà del lato di base.

Gli esempi ora riportati non sono i soli riscontrati dagli studiosi delle piramidi e sono decisamente troppi per essere tutti considerati coincidenze casuali.

Sulla quadratura del cerchio e quindi sulla ricerca del valore di π si sono soffermate le più brillanti menti di ogni epoca. Plutarco ci tramanda i tentativi di Anassagora di Clazomene (c. 500 a. C.- 428 a.C.) che, mentre era in prigione per empietà , per aver affermato che il sole non era un Dio ma soltanto una pietra incandescente, utilizzava il suo tempo in tentativi di quadrare il cerchio. *La regola da seguire era quella dell'uso della sola riga e compasso con cui effettuare la quadratura in un numero finito di passi.*

Quasi contemporaneo di Anassagora fu Ippocrate di Chio (470 a C.- 410 a. C.) che dedicò molti anni della sua vita alla quadratura del cerchio portandolo alla quadratura delle lunule (figure delimitate da archi di cerchio di raggio diverso) ed è questo il primo esempio tramandatoci della storia di quadrature di figure a contorno curvilineo.

Un notevole passo avanti per la comprensione del problema della quadratura del cerchio fu compiuto dal sofista Ippia di Elide (c. 443 a. C. – prima metà del secolo IV a.C.) alla fine del V secolo a. C. con la scoperta della sua curva trisettrice e quadratrice. Nel parlare della sua curva Ippia era certamente sicuro della sua utilità per trisecare un angolo ma è impossibile oggi stabilire se egli fosse consapevole che la stessa curva era una quadratrice, dal momento che la quadratura per mezzo della curva di Ippia venne specificatamente effettuata da Dinostrato (circa 350 a. C.) soltanto più tardi.

Successivamente ad Anassagora , due sofisti Antifonte (V sec. A. C.) e Brisone (450 a. C.) tentarono la quadratura del cerchio iscrivendolo e circoscrivendolo con poligoni con numero sempre crescente di lati.